



# Higher Dimensional Arrays

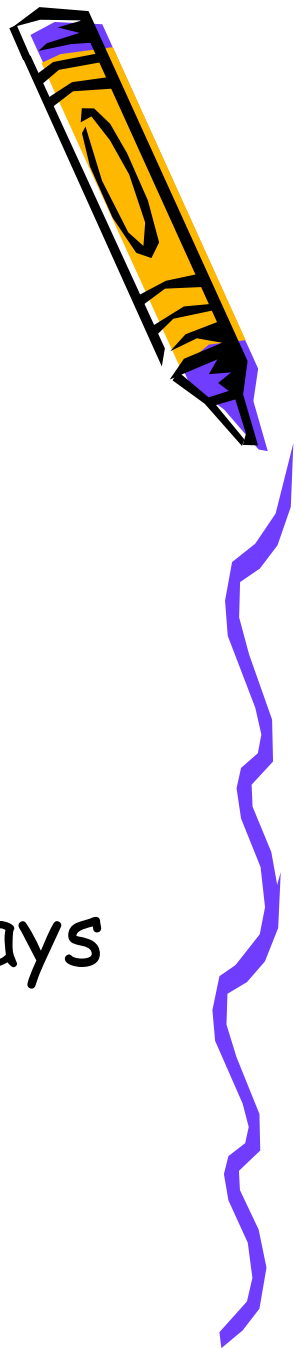
Παρουσίαση στα πλαίσια του  
μαθήματος «Παράλληλοι  
Αλγόριθμοι»



Καούρη Γεωργία  
Μήτσου Βάλια

# Περιεχόμενα

- Ορισμοί και ιδιότητες
- Πολλαπλασιασμός πινάκων
- Ταξινόμηση
- Packet Routing
- Simulating High - Dimensional Arrays on Low - Dimensional Arrays



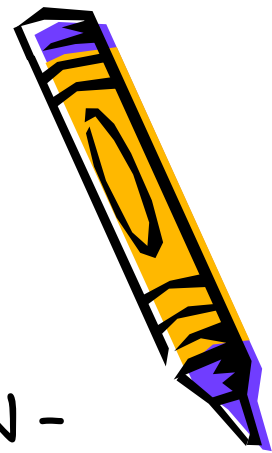


# Ορισμοί και ιδιότητες (1/2)

- Ένας  $r$  - dimensional  $N$  - sided array έχει  $N^r$  κόμβους και  $rN^r - rN^{r-1}$  ακμές.
- Κάθε κόμβος επικοινωνεί με ένα  $N$  - ary  $r$  - διάνυσμα  $(i_1, i_2, \dots, i_r)$ , όπου  $1 \leq i_j \leq N$ , για  $1 \leq j \leq r$ .
- Δύο κόμβοι ενώνονται αν διαφέρουν κατά μία μόνο συντεταγμένη κατά μία μόνο μονάδα.
- Όταν  $N=2$  το array λέγεται  $r$  - dimensional hypercube.
- Κάθε κόμβος έχει βαθμό μεταξύ  $r$  και  $2r$ .
- Η διάμετρος του δικτύου είναι  $r(N-1)$ .



# Ορισμοί και ιδιότητες (2/2)



Θεώρημα: Κάθε διχοτόμηση ενός  $r$  - dimensional  $N$  - sided array περιέχει το λιγότερο  $N^{r-1}$  ακμές.

Βασική ιδέα είναι να δείξουμε ότι το array μπορεί να θεωρηθεί σαν κατευθυνόμενος γράφος που έχει 2 ακμές για κάθε δύο κόμβους. Τότε κάθε ακμή του array δε θα περιέχεται σε περισσότερα από  $N^{r+1}/2$  μονοπάτια. Επομένως αν μια διχοτόμηση του array έχει λιγότερες από  $N^{r+1}$  ακμές, ο αντίστοιχος κατευθυνόμενος γράφος θα είχε διχοτόμηση με λιγότερες από  $N^{r-1} N^{r+1}/2 = N^{r+1}/2$  ακμές, κάτι που είναι άτοπο.



# Πολλαπλασιασμός Πινάκων (1/2)



Έστω δύο μεγάλοι πίνακες  $A, B$ . Θέλουμε να υπολογίσουμε το γινόμενο τους  $C$ .

Χωρίζουμε τους πίνακες σε  $N^{1/4} \times N^{1/4}$  array of blocks το καθένα με μέγεθος  $N^{3/4} \times N^{3/4}$ .

Πολλαπλασιάζουμε τα αντίστοιχα blocks και το block που προκύπτει είναι το αντίστοιχο block του  $C$ .

Θα χρειαστούμε συνολικά  $O(N^{3/4})$



# Πολλαπλασιασμός Πινάκων (2/2)



Γενική ιδέα:

Τοποθετούμε τα subarrays στο 3 - dimensional  $N^{3/4}$  - sided array κατάλληλα ώστε να γειτονεύουν τα κατάλληλα subarrays, γίνονται αρχικά οι πολλαπλασιασμοί και στη συνέχεια οι προσθέσεις για τον υπολογισμό των subarrays του C.

